第 5 章　概率

5.1　随机事件与样本空间

5.1.1　随机事件+
5.1.2　事件的运算

· 易错记 ·

1-1.【解】(1)从左到右记这三个位置分别为 1,2,3,则这个试验的样本点构成集合$\Omega=\{(1,2),(1,3),(2,1),(2,3),(3,1),(3,2)\}$,其中第 1 个数表示甲坐的位置号,第 2 个数表示乙坐的位置号.

(2)由(1)知这个试验的样本点总数是 6.

(3)事件"甲、乙相邻"包含 4 个样本点:(1,2),(2,1),(2,3),(3,2).

事件"甲在乙的左边(不一定相邻)"包含 3 个样本点:(1,2),(1,3),(2,3).

· 题型诀 ·

1-1. C　【解析】由题可知,①③可能发生,也可能不发生;②不可能发生,是不可能事件;④一定发生,是必然事件. 故选 C.

2-1.【解】(1)条件为射击一次;结果为命中的环数:0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,共 11 种.

(2)条件为从袋中任取 1 个球;结果为 a,b,c,d,共 4 种.

(3)条件为从袋中一次任取 2 个球;若记(a,b)表示一次取出的 2 个球是 a 和 b,则试验的全部结果为$(a,b),(a,c),(a,d),(b,c),(b,d),(c,d)$,共 6 种.

2-2.【解】记(x,y,z)表示三次抛掷结果对应数字分别是 x,y,z.

(1)这个试验的所有可能结果为(0,0,0),(0,0,1),(0,1,0),(1,0,0),(0,1,1),(1,0,1),(1,1,0),(1,1,1).

(2)事件"三次结果对应的数字和为 1"有(0,0,1),(0,1,0),(1,0,0).

(3)事件"第二次结果对应的数字不小

于第一次结果对应的数字”有(0,0,0),(0,0,1),(0,1,0),(0,1,1),(1,1,0),(1,1,1).

3-1. B 【解析】$A=A_1\cup A_2\cup A_3$ 所表示的含义是 A_1,A_2,A_3 这三个事件中至少有一个发生,即可能击中 1 发、2 发或 3 发. 故选 B.

3-2. 【解】(1)$A\cap B=\varnothing$,$B\cap C=\{$出现 2 点$\}$.

(2)$A\cup B=\{$出现 1,2,3,4,5 或 6 点$\}$,$B\cup C=\{$出现 1,2,4 或 6 点$\}$.

4-1. B 【解析】①中“至少有 1 个白球”与“至少有 1 个黄球”可以同时发生,如恰有 1 个白球和 1 个黄球,故①中的两个事件不是互斥事件;

②中“至少有 1 个黄球”说明可以是 1 个白球和 1 个黄球或 2 个黄球,故②中的两个事件不是互斥事件;

③中“恰有 1 个白球”与“恰有 1 个黄球”,都是指有 1 个白球和 1 个黄球,因此两个事件是同一事件;

④中两个事件不能同时发生,也可能都不发生,因此两个事件是互斥事件,但不是对立事件. 故选 B.

4-2. D 【解析】事件“两次均未击中”与事件“至少有一次击中”不可能同时发生,依题意,它们必有一个发生,即事件“两次均未击中”与事件“至少有一次击中”互为对立事件,D 正确. 故选 D.

4-3. ABD 【解析】6 张卡片中一次取出 2 张卡片的所有结果为“2 张都为红色”“2 张都为绿色”“2 张都为蓝色”“1 张为红色,1 张为绿色”“1 张为红色,1 张为蓝色”“1 张为绿色,1 张为蓝色”.

选项给出的四个事件中与“2 张卡片都为红色”互斥而不对立的事件有“2 张卡片都不是红色”“2 张卡片恰有 1 张为蓝色”“2 张卡片都为绿色”. “2 张卡片至少有 1 张为红色”包含事件“2 张卡片都为红色”,二者并不互斥. 故选 ABD.

5.2 概率及运算

5.2.1 古典概型

·易错记·

1-1. C 【解析】由题意知本题是一个古典概型，

试验共有 36 种结果，

满足条件的事件是点数之和是 3 的倍数但不是 2 的倍数，有(1,2)，(2,1)，(3,6)，(6,3)，(4,5)，(5,4)，共 6 种结果，

则所求概率 $P=\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$，故选 C.

2-1. 【解】每次游戏时，所有可能出现的结果如表：

	土	口	木
土	(土,土)	(土,口)	(土,木)
口	(口,土)	(口,口)	(口,木)
木	(木,土)	(木,口)	(木,木)

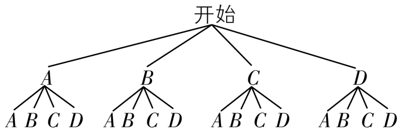
共有 9 种结果，且每种结果出现的可能性相同. 其中，能组成上下结构的汉字的结果有 4 种：(土,土)“圭”，(口,口)“吕”，(木,口)“杏”或“呆”，(口,木)“呆”或“杏”，不能构成上下结构的汉字的结果有 5 种：(土,口)，(土,木)，(口,土)，(木,土)，(木,木). 所以小敏获胜的概率为 $\frac{4}{9}$，小慧获胜的概率为 $\frac{5}{9}$，所以这个游戏对小慧有利.

·题型诀·

1-1. 【解】记“解密世园会”为 A，“爱我家，爱园艺”为 B，“园艺小清新之旅”为 C，“快速车览之旅”为 D.

列举法：AA，AB，AC，AD，BA，BB，BC，BD，CA，CB，CC，CD，DA，DB，DC，DD，共有 16 种结果.

树状图法：



共有 16 种结果.

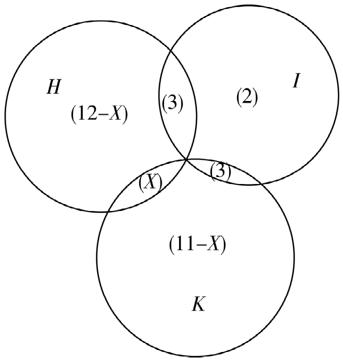
列表法：

李欣	张帆			
	A	B	C	D
A	AA	AB	AC	AD
B	BA	BB	BC	BD
C	CA	CB	CC	CD
D	DA	DB	DC	DD

共有 16 种结果.

2−1.【解】(1)以 H,I,K 分别表示参加游泳、田径、球类比赛的学生构成的集合.

由图可知,$15+5+11-X=28$,解得 $X=3$.



(2)由(1)及题意得,$Y=12-3=9$,

这 9 人中,因为男生比女生多 1 人,所以男生 5 人、女生 4 人.

设这 5 名男生分别为 a,b,c,d,e,这 4 名女生分别为 A,B,C,D,

其中甲记为 a,乙记为 A.

从这 5 名男生和 4 名女生中各随机选出 1 人,所有的样本点:(a,A),(a,B),(a,C),(a,D),(b,A),(b,B),(b,C),(b,D),(c,A),(c,B),(c,C),(c,D),(d,A),(d,B),(d,C),(d,D),(e,A),(e,B),(e,C),(e,D),共 20 个,

其中男生甲被选中且女生乙未被选中包含的样本点有 3 个,故所求概率 $P=\frac{3}{20}$.

3−1.【解】(1)由题图中的数据可知,第 1,2,3 组的人数比为 $0.01:0.02:0.03=1:2:3$,

∴ 采用按比例分配的分层抽样的方法抽取 6 人,第 1,2,3 组每组各应抽取 1 人,2 人,3 人.

(2)记抽取的 6 人来自第 1 组的 1 人为

a,来自第 2 组的 2 人为 b,c,来自第 3 组的 3 人为 d,e,f,则在所抽取的 6 人中随机抽取 2 人的所有可能结果有 $ab,ac,ad,ae,af,bc,bd,be,bf,cd,ce,cf,de,df,ef$,共 15 种,

其中 2 人都来自第 3 组的有 de,df,ef,共 3 种,

$\therefore$ 这 2 人都是第 3 组的概率 $P=\dfrac{3}{15}=\dfrac{1}{5}$.

4-1. A 【解析】若 $a=0$,则 $f(x)=x$,因为 $x>1$,所以 $f(x)>1$,此时只有 $b=1$ 满足 $f(x)>b$ 恒成立.

若 $a=1$,则 $f(x)=x+\dfrac{x}{x-1}$,因为 $x>1$,所以 $x-1>0$,

所以 $f(x)=x+\dfrac{x}{x-1}=x+\dfrac{x-1+1}{x-1}=x+1+\dfrac{1}{x-1}=x-1+\dfrac{1}{x-1}+2\geqslant 2\sqrt{(x-1)\cdot\dfrac{1}{x-1}}+2=4$,

当且仅当 $x-1=\dfrac{1}{x-1}$,即 $x=2$ 时取等号,

此时 $b=1,2,3$ 满足 $f(x)>b$ 恒成立.

若 $a=2$,则 $f(x)=x+\dfrac{2x}{x-1}$,因为 $x>1$,所以 $x-1>0$,

所以 $f(x)=x+\dfrac{2x}{x-1}=x+\dfrac{2(x-1)+2}{x-1}=x+2+\dfrac{2}{x-1}=x-1+\dfrac{2}{x-1}+3\geqslant 2\sqrt{(x-1)\cdot\dfrac{2}{x-1}}+3=2\sqrt{2}+3>5$,

当且仅当 $x-1=\dfrac{2}{x-1}$,即 $x=\sqrt{2}+1$ 时取等号,此时 $b=1,2,3,4,5$ 满足 $f(x)>b$ 恒成立.

设事件 A:“$f(x)>b$ 恒成立”,则基本事件 (a,b) 有 15 个,

即 $(0,1),(0,2),(0,3),(0,4),(0,5),(1,1),(1,2),(1,3),(1,4),(1,5),(2,1),(2,2),(2,3),(2,4),(2,5)$,

事件 A 包含的基本事件有 $(0,1),(1,$

1),(1,2),(1,3),(2,1),(2,2),(2,3),(2,4),(2,5),共 9 个,

故 $f(x)>b$ 恒成立的概率 $P=\frac{9}{15}=\frac{3}{5}$.

故选 A.

4-2. C 【解析】由题意得 $A=\{x\in\mathbf{Z}|1\leqslant x\leqslant 5\}=\{1,2,3,4,5\}$,则 (a,b) 取值的样本空间为

$\{(1,1),(1,2),(1,3),(1,4),(1,5),(2,1),(2,2),(2,3),(2,4),(2,5),(3,1),(3,2),(3,3),(3,4),(3,5),(4,1),(4,2),(4,3),(4,4),(4,5),(5,1),(5,2),(5,3),(5,4),(5,5)\}$,

共 25 个样本点.

关于 x 的方程 $x^2+ax+b^2=0$ 有实数根时,

$\Delta=a^2-4b^2\geqslant 0$,得 $|a|\geqslant 2|b|$,

“方程 $x^2+ax+b^2=0$ 有实数根且 $|a-b|\geqslant 3$”对应的事件为 $\{(4,1),(5,1),(5,2)\}$,共有 3 个样本点,所以所求的概率为 $1-\frac{3}{25}=\frac{22}{25}$.

4-3. $\frac{1}{9}$ 【解析】对于函数 $f(x)=x^2-mx+n-3$,欲使得函数在 $(2,+\infty)$ 上不单调,并且图象与 y 轴交点的纵坐标大于 1,则必须 $\begin{cases}n-3>1,\\ \frac{m}{2}>2,\end{cases}$ 即 $\begin{cases}m>4,\\ n>4.\end{cases}$

由于 $m,n\in\{1,2,3,4,5,6\}$,数对 (m,n) 共有 36 个,即样本点总数为 36,满足 $m>4,n>4$ 的有 $(5,5),(5,6),(6,5),(6,6)$,共 4 个,$\therefore$ 满足函数 $f(x)=x^2-mx+n-3$ 在区间 $(2,+\infty)$ 上不单调且该函数图象与 y 轴交点的纵坐标大于 1 的概率为 $\frac{4}{36}=\frac{1}{9}$.

5.2.2 概率的运算

· 易错记 ·

1-1. 【解】记“击中 6 环”为事件 A,“击中 7 环”为事件 B,“击中 7 环以上”为事件 C,事件 A,B,C 彼此互斥,且易知

$P(A)=0.1, P(B)=0.1, P(C)=0.6.$

记"击中 5 环以上"为事件 D,

故 $P(D)=P(A\cup B\cup C)=0.1+0.1+0.6=0.8.$

· 题型诀 ·

1-1. A 【解析】由题表知空气质量为优的概率是$\frac{1}{10}$,由互斥事件的概率加法公式知,空气质量为良的概率为$\frac{1}{6}+\frac{1}{3}=\frac{1}{2}$,所以该城市 2021 年空气质量达到良或优的概率 $P=\frac{1}{10}+\frac{1}{2}=\frac{3}{5}$. 故选 A.

1-2. 0.95 【解析】事件"响第一声时被接听","响第二声时被接听","响第三声时被接听","响第四声时被接听"彼此互斥,所以"电话响第五声前被接听"的概率为 $0.1+0.2+0.3+0.35=0.95$.

2-1. C 【解析】因为随机事件 A,B 互相对立,且 $P(A)=3a^2-1, P(B)=-a$,

所以$\begin{cases}P(A)+P(B)=3a^2-1-a=1,\\0\leqslant 3a^2-1\leqslant 1,\\0\leqslant -a\leqslant 1,\end{cases}$

解得 $a=-\frac{2}{3}$,故选 C.

2-2. C 【解析】支付方式共有三种:现金支付,非现金支付,既用现金支付又用非现金支付,且这三种支付方式之间只能选择一种,故非现金支付的概率为 $1-0.3-0.1=0.6$. 故选 C.

2-3. 【解】(1)根据题意,可以输给 B 型血病人的是 B 型血或 O 型血,

所求概率为 $29\%+35\%=64\%=0.64$.

(2)不可以输给 A 型血病人且不能输给 B 型血病人的概率是 8%,

所以从该人群中任找一个人,其血清可以输给 A 型血病人或 B 型血病人的概率是 $1-8\%=92\%=0.92$.

3-1. C 【解析】设"甲潜艇命中"为事件 A,"乙潜艇命中"为事件 B,根据概率的一般加法公式可得,$P(A\cup B)=P(A)+$

$P(B)-P(A\cap B)=0.8+0.7-0.6=0.9$.

故选 C.

3-2.【解】设 $A=$“甲熔丝熔断”,$B=$“乙熔丝熔断”,则有 $P(A)=0.85$,$P(B)=0.74$,

“甲、乙两根熔丝同时熔断”为事件 $A\cap B$,有 $P(A\cap B)=0.63$,“甲、乙两根熔丝至少有一根熔断”为事件 $A\cup B$,

于是得 $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=0.85+0.74-0.63=0.96$,

所以甲、乙至少有一根熔断的概率是 0.96.

4-1. B 【解析】因为事件 A,B,C 两两互斥,所以 $P(B)=P(A\cup B)-P(A)=\frac{8}{15}-\frac{1}{5}=\frac{1}{3}$,所以 $P(B\cup C)=P(B)+P(C)=\frac{1}{3}+\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$.

4-2.【解】从袋中任取一球,记“得到红球”“得到黑球”“得到黄球”“得到绿球”分别为事件 A,B,C,D,则事件 A,B,C,D 两两互斥.

根据题意有 $P(A)=\frac{1}{3}$,$P(B\cup C)=P(B)+P(C)=\frac{5}{12}$,$P(C\cup D)=P(C)+P(D)=\frac{5}{12}$,$P(B\cup C\cup D)=P(B)+P(C)+P(D)=1-P(A)=1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$.

联立方程,得

$$\begin{cases}P(B)+P(C)=\frac{5}{12},\\ P(C)+P(D)=\frac{5}{12},\\ P(B)+P(C)+P(D)=\frac{2}{3},\end{cases}$$

解得 $\begin{cases}P(B)=\frac{1}{4},\\ P(C)=\frac{1}{6},\\ P(D)=\frac{1}{4}.\end{cases}$

所以任取一球得到黑球、黄球、绿球的概

率分别是$\frac{1}{4}$,$\frac{1}{6}$,$\frac{1}{4}$.

5.3 用频率估计概率

· 易错记 ·

1-1. ACD 【解析】事件 C 发生的频率为$\frac{1}{10}$,由于只做了一次试验,故不能得到概率为$\frac{1}{10}$或概率接近$\frac{1}{10}$,当然每抽 10 台电视机,必有 1 台次品这一事件也不一定发生,

故 B 正确,ACD 错误. 故选 ACD.

2-1. 【解】不一定,有可能 1 个人治愈,有可能 2 个人治愈,有可能 3 个人都治愈,也有可能 3 个人都没有治愈.

· 题型诀 ·

1-1. C 【解析】对于 A,正面向上的概率为 0.5,是固定不变的,故 A 错误;

对于 B,反面向上的概率也是 0.5,是固定不变的,故 B 错误;

对于 C,抛掷一枚硬币 100 次,正面向上的次数为 48,根据频率的定义可知,正面向上的频率为 0.48,故 C 正确;

对于 D,抛掷一枚硬币 100 次,正面向上的次数为 48,反面向上的次数为 52,根据频率的定义可知,反面向上的频率是 0.52,故 D 错误.

故选 C.

1-2. D 【解析】第 999 次出现的结果和其他试验的结果无关,故所求概率是$\frac{1}{2}$.

故选 D.

1-3. ACD 【解析】由频率和概率的关系知 ACD 正确.

2-1. 【解】(1)由频率公式可算出表格中的频率依次为 0.60,0.60,0.62,0.61,0.59,0.61,0.60,0.60.

(2)由(1)知,虽然计算出的频率不全相同,但都在常数 0.60 左右摆动,因此人们在邮箱名称里使用数字的概率约为

0.60.

3-1.【解】(1)易知样本点总数 $n=16$，且每个样本点出现的可能性相等.

事件 A 包含的样本点有(1,4),(2,3),(3,2),(4,1),共 4 个,

所以 $P(A)=\frac{4}{16}=0.25$.

(2)B 与 C 不是互斥事件.

理由:因为事件 B 与 C 可以同时发生,如甲赢一次,乙赢两次.

(3)这种游戏规则公平. 理由如下:

和为偶数的样本点有(1,1),(1,3),(2,2),(2,4),(3,1),(3,3),(4,2),(4,4),共 8 个,

所以甲赢的概率为 0.5,乙赢的概率也为 0.5,所以这种游戏规则公平.

3-2.【解】(1)掷两枚质地均匀的硬币,所有情况有{(正,正),(正,反),(反,正),(反,反)}.

记事件 A,B 分别为"甲胜""乙胜",则

$P(A)=P(B)=\frac{1}{2}$,

∴ 这个游戏是公平的.

(2)掷三枚质地均匀的硬币,所有情况有{(正,正,正),(正,正,反),(正,反,正),(正,反,反),(反,正,正),(反,正,反),(反,反,正),(反,反,反)}.

记事件 A,B 分别为"甲胜""乙胜",

则 $P(A)=\frac{2}{8}=\frac{1}{4}$,$P(B)=\frac{3}{4}$,∴ 这个游戏不公平.

4-1. 白球 【解析】取了 10 次有 9 个白球,则取出白球的频率是$\frac{9}{10}$,估计其概率是$\frac{9}{10}$,取出黑球的频率是$\frac{1}{10}$,估计其概率是$\frac{1}{10}$,那么取出白球的概率大于取出黑球的概率. 所以估计袋中数量较多的是白球.

5-1. B 【解析】设该校共有 a 名学生,则约有 $0.4a$ 的学生近视,约有 $0.3a$ 的

学生每天玩手机超过 2 h，且每天玩手机超过 2 h 的学生中近视的学生人数约为 $0.3a\times0.5=0.15a$，

所以有 $0.7a$ 的学生每天玩手机不超过 2 h，且其中有 $0.4a-0.15a=0.25a$ 的学生近视，

所以从每天玩手机不超过 2 h 的学生中任意调查一名学生，

他近视的概率 $P=\dfrac{0.25a}{0.7a}=\dfrac{5}{14}$，故选 B.

5-2. D 【解析】对于选项 A，该教职工具有本科学历的概率 $P=\dfrac{75}{120}=\dfrac{5}{8}=62.5\%>60\%$，故错误；

对于选项 B，该教职工具有研究生学历的概率 $P=\dfrac{45}{120}=\dfrac{3}{8}=37.5\%<50\%$，故错误；

对于选项 C，该教职工的年龄在 50 岁以上的概率 $P=\dfrac{10}{120}=\dfrac{1}{12}\approx8.3\%<10\%$，故错误；

对于选项 D，该教职工的年龄在 35 岁及以上且具有研究生学历的概率 $P=\dfrac{15}{120}=\dfrac{1}{8}=12.5\%>10\%$，故正确. 故选 D.

5-3. 【解】(1)根据频率计算公式，填写表格数据如下：

射击次数(n)	10	20	50	100	200	500
击中 10 环次数(m)	8	19	44	93	178	453
击中 10 环频率$\left(\dfrac{m}{n}\right)$	0.8	0.95	0.88	0.93	0.89	0.906

(2)由(1)可知，随着射击次数的增多，频率的稳定值约为 0.9.

故这名运动员射击一次，击中 10 环的概率约为 0.9.

6-1. 【解】(1)这种鱼卵的孵化概率(孵化率)$P=\dfrac{8\ 513}{10\ 000}=0.851\ 3$.

(2) 30 000 个鱼卵大约能孵化 30 000×0. 851 3=25 539(尾)鱼苗.

(3)设大概需准备 x 个鱼卵,由题意知,$\frac{5\ 000}{x}\approx\frac{8\ 513}{10\ 000}$,所以 $x\approx\frac{5\ 000\times10\ 000}{8\ 513}\approx 5\ 900$.

所以大概需准备 5 900 个鱼卵.

6-2.【解】(1)投资项目 A 的平均利润率为 $10\%\times50\%+5\%\times40\%-5\%\times10\%=0.065$,

投资项目 B 的平均利润率为 $10\%\times40\%+5\%x-5\%y=10\%\times40\%+5\%\times[x-(60\%-x)]=10\%\times40\%+5\%\times(2x-60\%)$.

因为投资 A,B 这两个项目的平均利润率相同,

所以 $10\%\times40\%+5\%(2x-60\%)=0.065$,

解得 $x=0.55$,$y=0.05$,

所以投资 A 项目不亏损的概率为 $50\%+40\%=90\%$,

投资 B 项目不亏损的概率为 $40\%+55\%=95\%$.

(2)考查角度一:

由(1)得,投资 B 项目不亏损的概率比较大,故建议投资 B 项目.

考查角度二:

投资 A 项目利润率的方差为 $(10\%-6.5\%)^2\times50\%+(5\%-6.5\%)^2\times40\%+(-5\%-6.5\%)^2\times10\%=2.025\times10^{-3}$,

投资 B 项目利润率的方差为 $(10\%-6.5\%)^2\times40\%+(5\%-6.5\%)^2\times55\%+(-5\%-6.5\%)^2\times5\%=1.275\times10^{-3}$,

所以投资 A 项目利润率的方差大于投资 B 项目利润率的方差,

即投资 B 项目的利润比较稳定,因此建议投资 B 项目.

5.4 随机事件的独立性

·题型诀·

1-1. BCD 【解析】因为事件 $A=\{2,4,6,8\}$,事件 $B=\{1,3,5,8\}$,事件 $C=\{1,6,7,8\}$,

所以 $A\cap B\cap C=\{8\}$，$A\cap B=\{8\}$，$A\cap C=\{6,8\}$，$B\cap C=\{1,8\}$，

所以 $P(A)=P(B)=P(C)=\frac{1}{2}$，$P(AB)=\frac{1}{8}$，$P(AC)=\frac{1}{4}$，$P(BC)=\frac{1}{4}$，$P(ABC)=\frac{1}{8}$.

A 选项，$P(AB)\neq P(A)P(B)$，事件 A,B 不相互独立，A 错误；

B 选项，$P(AC)=P(A)P(C)$，事件 A,C 相互独立，B 正确；

C 选项，$P(BC)=P(B)P(C)$，事件 B,C 相互独立，C 正确；

D 选项，$P(ABC)=P(A)P(B)P(C)$，D 正确. 故选 BCD.

1-2. BC 【解析】$\because P(\overline{A})=\frac{2}{3}$，

$\therefore P(A)=1-\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$，故 A 错误；

又 $P(AB)=\frac{1}{6}\neq 0$，$\therefore$ 事件 A 与 B 不互斥，故 B 正确；

$\because P(A)P(B)=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{6}=P(AB)$，

$\therefore$ 事件 A 与 B 相互独立，故 C 正确；

$\because$ 事件 A 与 B 相互独立，$\therefore$ 事件 $\overline{A}$ 与 B 一定相互独立，故 D 错误. 故选 BC.

1-3.【解】男孩记为 1，女孩记为 0.

(1)家庭中有两个小孩的样本空间 $\Omega_1=\{(0,0),(0,1),(1,0),(1,1)\}$，有 4 个样本点，

这时 $A=\{(0,1),(1,0)\}$，$B=\{(0,1),(1,0),(1,1)\}$，$AB=\{(0,1),(1,0)\}$，

因而 $P(A)=\frac{1}{2}$，$P(B)=\frac{3}{4}$，$P(AB)=\frac{1}{2}$，$P(AB)\neq P(A)P(B)$，因而 A 与 B 不相互独立.

(2)家庭中有三个小孩的样本空间 $\Omega_2=\{(0,0,0),(0,0,1),(0,1,0),(0,1,1),(1,0,0),(1,0,1),(1,1,0),(1,1,1)\}$，有 8 个样本点，

这时 $A=\{(0,0,1),(0,1,0),(0,1,1),(1,0,0),(1,0,1),(1,1,0)\}$，
$B=\{(0,1,1),(1,0,1),(1,1,0),(1,1,1)\}$，$AB=\{(0,1,1),(1,0,1),(1,1,0)\}$，

因而 $P(A)=\frac{3}{4}$，$P(B)=\frac{1}{2}$，$P(AB)=\frac{3}{8}$，$P(AB)=P(A)P(B)$，因而 A 与 B 相互独立.

2-1. C 【解析】根据题意，若两人都没有投进，其概率 $P_1=(1-0.6)(1-0.8)=0.08$；若两人都投进，其概率 $P_2=0.6\times0.8=0.48$，所以两人得分相等的概率 $P=P_1+P_2=0.08+0.48=0.56$.

2-2. C 【解析】根据题意可得该型号新能源汽车在这两项测试中仅有一项测试结果为优秀的概率为 $\frac{1}{4}\times\frac{2}{3}+\frac{3}{4}\times\frac{1}{3}=\frac{5}{12}$.

3-1. $\frac{1}{2}$　$\frac{1}{3}$　【解析】由题意得

$$\begin{cases}P(A)P(B)=\frac{1}{6},\\ P(\overline{B})P(C)=\frac{1}{8},\\ P(A)P(B)P(\overline{C})=\frac{1}{8},\end{cases}$$

解得 $P(A)=\frac{1}{3}$，$P(B)=\frac{1}{2}$.

所以 $P(\overline{A}B)=P(\overline{A})P(B)=\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{3}$.

3-2. 【解】(1)设甲、乙、丙三位小孩在这一小时内需要照顾的概率分别是 P_1，P_2，P_3，且 P_1，P_2，P_3 两两相互独立.

则由题意得 $\begin{cases}P_1\cdot P_2=\frac{1}{8},\\ P_1\cdot P_3=\frac{1}{10},\\ P_2\cdot P_3=\frac{1}{20},\end{cases}$

解得$\begin{cases} P_1=\dfrac{1}{2}, \\ P_2=\dfrac{1}{4}, \\ P_3=\dfrac{1}{5}. \end{cases}$

即甲、乙、丙三位小孩在这一小时内需要照顾的概率分别是$\frac{1}{2}$，$\frac{1}{4}$，$\frac{1}{5}$.

(2)设事件 A:这一小时内恰有一位小孩需要照顾，

则 $P(A)=P_1(1-P_2)(1-P_3)+(1-P_1)P_2\cdot(1-P_3)+(1-P_1)(1-P_2)P_3=\frac{1}{2}\times\frac{3}{4}\times\frac{4}{5}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{4}\times\frac{4}{5}+\frac{1}{2}\times\frac{3}{4}\times\frac{1}{5}=\frac{19}{40}$，

即这一小时内恰有一位小孩需要照顾的概率是$\frac{19}{40}$.